G-estimation pour l'ajustement de débit dans les réseaux cognitifs

A. Kammoun[1], R. Couillet[2], J. Najim[1], M. Debbah[2]
CNRS & Télécom-Paris Tech (France)[1], Alcatel-Lucent Chair Supélec[2]

Contexte et Objectifs

1) Contexte

✔ Pour faire face à la non-optimalité de la gestion du spectre, de nouveaux systèmes connus sous le nom de systèmes radio-cognitifs ont été proposés.

✔ Dans ces systèmes, les utilisateurs sont de deux types : primaires ou secondaires.

Primaires
- -**Prioritaires** en terme d'accès au spectre
- -Doivent respecter un protocole de transmission bien défini

Secondaires
- -Sont tenus de ne pas gêner les communications primaires
- -Choisir la **meilleure stratégie** de transmission pour maximiser le débit

2) Objectifs

- En se basant sur la théorie des matrices aléatoires, construire un estimateur consistant pour la capacité ou le débit maximal dans les réseaux secondaires,
- Etudier les performances de l'estimateur proposé.

Estimateurs de la capacité

1) Modèle du système

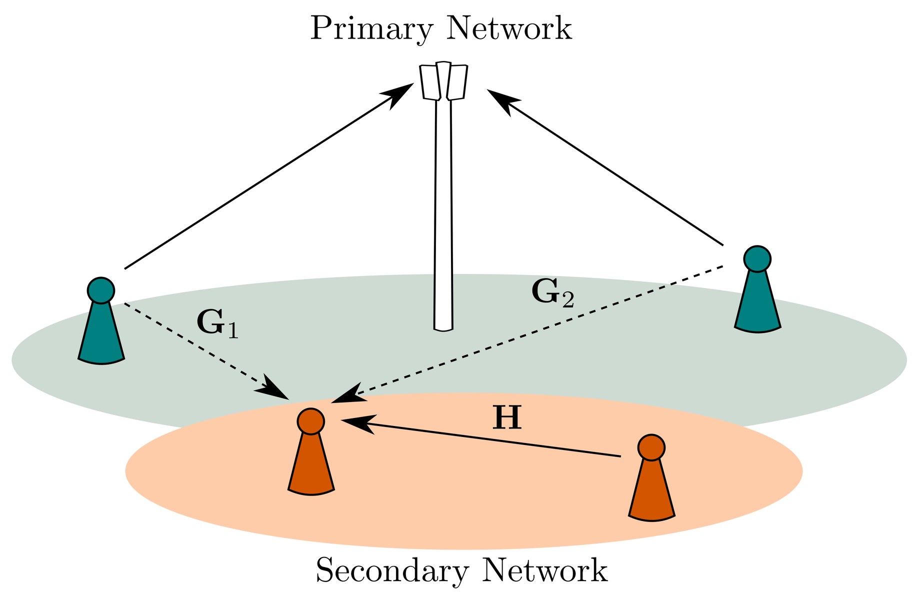


Figure 1 – Modèle du système

✔ Réseau Primaire constitué de K émetteurs disposant chacun de n_k antennes

✔ Réseau secondaire composé de 2 utilisateurs :

- Transmetteur équipé de n_0 antennes,
- Récepteur équipé de N antennes.

$$\mathbf{y}_m = \sum_{k=1}^{K} \mathbf{G}_k \mathbf{x}_k^{(m)} + \sigma \mathbf{w}^{(m)}, \quad m \in \{1, \cdots, M\}$$

- $\mathbf{y}_m$ est le vecteur reçu par le récepteur à l'instant m.
- $\mathbf{G}_k$ est le canal entre le k ème émetteur primaire et le récepteur.

2) Estimateur traditionnel de la capacité

Soit $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \cdots, \mathbf{y}_M]$. Alors :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G}\mathbf{X} + \sigma \mathbf{W},$$

Soit $\mathbf{H}$ la matrice du canal entre le récepteur et l'émetteur. Cette matrice est supposée **connue** au niveau du récepteur.

La capacité est donnée par :

$$C(\sigma^2) = \frac{1}{N}\log\det\left(\sigma^2 \mathbf{I}_N + \mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathsf{H}} + \mathbf{H}\mathbf{H}^{\mathsf{H}}\right) - \frac{1}{N}\log\det\left(\sigma^2\mathbf{I}_N + \mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathsf{H}}\right)$$

➪ L'estimateur traditionnel est obtenu en remplaçant $\sigma^2\mathbf{I}_N + \mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathsf{H}}$ par son estimée selon le critère du maximum de vraisemblance, soit $\frac{1}{M}\mathbf{Y}\mathbf{Y}^{\mathsf{H}}$:

$$\hat{C}_{\text{trad}} = \frac{1}{N}\log\det\left(\mathbf{H}\mathbf{H}^{\mathsf{H}} + \frac{1}{M}\mathbf{Y}\mathbf{Y}^{\mathsf{H}}\right) - \frac{1}{N}\log\det\left(\frac{1}{M}\mathbf{Y}\mathbf{Y}^{\mathsf{H}}\right)$$

✔ **Consistant** si le nombre d'échantillons M est élevé

✘ Mais **biaisé** dans le **cas contraire**.

➪ Trouver un estimateur consistant dans le régime asymptotique où toutes les **dimensions** tendent à **l'infini** au **même rythme**.

$$n \propto M, \quad N \propto M \quad \text{lorsque} \quad n, M, N \to \infty.$$

L'outil utilisé serait la théorie des matrices aléatoires, dont les résultats sont très performants dès lors que les dimensions sont du même ordre de grandeur.

3) G-estimateur de la capacité

Théorème 1. Résultat de premier ordre

Considérons la quantité :

$$\hat{C}_G = \frac{1}{N}\log\det\left(\mathbf{I}_N + \hat{y}_N \mathbf{H}\mathbf{H}^{\mathsf{H}}\left(\frac{1}{M}\mathbf{Y}\mathbf{Y}^{\mathsf{H}}\right)^{-1}\right) + \frac{M-N}{N}\left[\log\left(\frac{M}{M-N}\hat{y}_N\right) + 1\right] - \frac{M}{N}\hat{y}_N$$

où $\hat{y}_N$ est l'unique solution réelle positive de l'équation suivante :

$$\hat{y}_N = \frac{\hat{y}_N}{M}\mathrm{Tr}\mathbf{H}\mathbf{H}^{\mathsf{H}}\left(\hat{y}_N\mathbf{H}\mathbf{H}^{\mathsf{H}} + \frac{1}{M}\mathbf{Y}\mathbf{Y}^{\mathsf{H}}\right)^{-1} + \frac{M-N}{M}.$$

Alors $\hat{C}_G - C(\sigma^2) \xrightarrow[M,N,n,n_0\to\infty]{\text{p.s.}} 0$. *En outre,* $\hat{y}_N - y_N^* \xrightarrow[M,N,n,n_0\to\infty]{\text{p.s.}} 0$ *où*

$$y_N^* = 1 - \frac{1}{M}\mathrm{Tr}\left(\left(\mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathsf{H}} + \sigma^2\mathbf{I}_N\right)\left(\mathbf{H}\mathbf{H}^{\mathsf{H}} + \mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathsf{H}} + \sigma^2\mathbf{I}_N\right)^{-1}\right)$$

Théorème 2. Résultats de second ordre

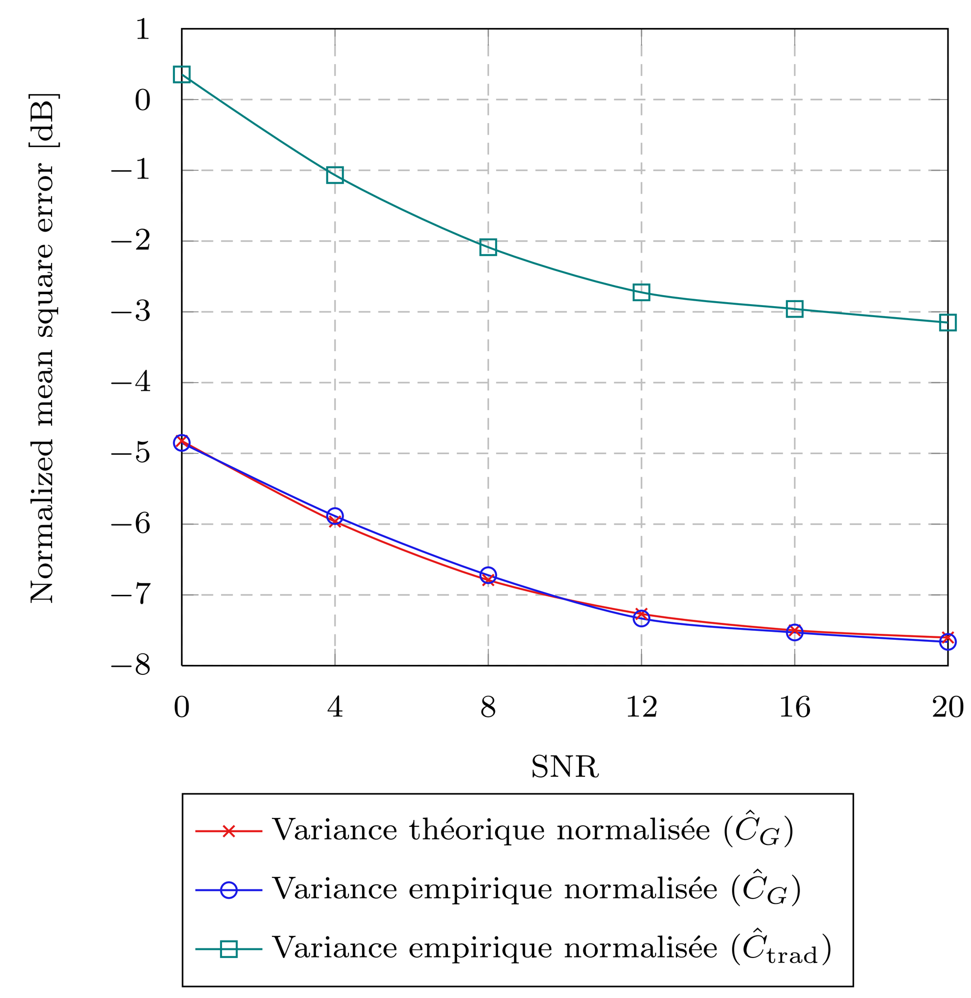
$$\frac{N}{\theta_N}\left(\hat{C}_G - C(\sigma^2)\right) \xrightarrow[N,M,n,n_0\to\infty]{\mathcal{D}} \mathcal{N}(0,1),$$

$$\theta_N = 2\log(M y_N^*) - \log\left((M-N)\left(M - \mathrm{Tr}\left(\left(\mathbf{I}_N + \mathbf{H}\mathbf{H}^{\mathsf{H}}(\mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathsf{H}} + \sigma^2\mathbf{I}_N)^{-1}\right)^{-2}\right)\right)\right)$$

Simulations

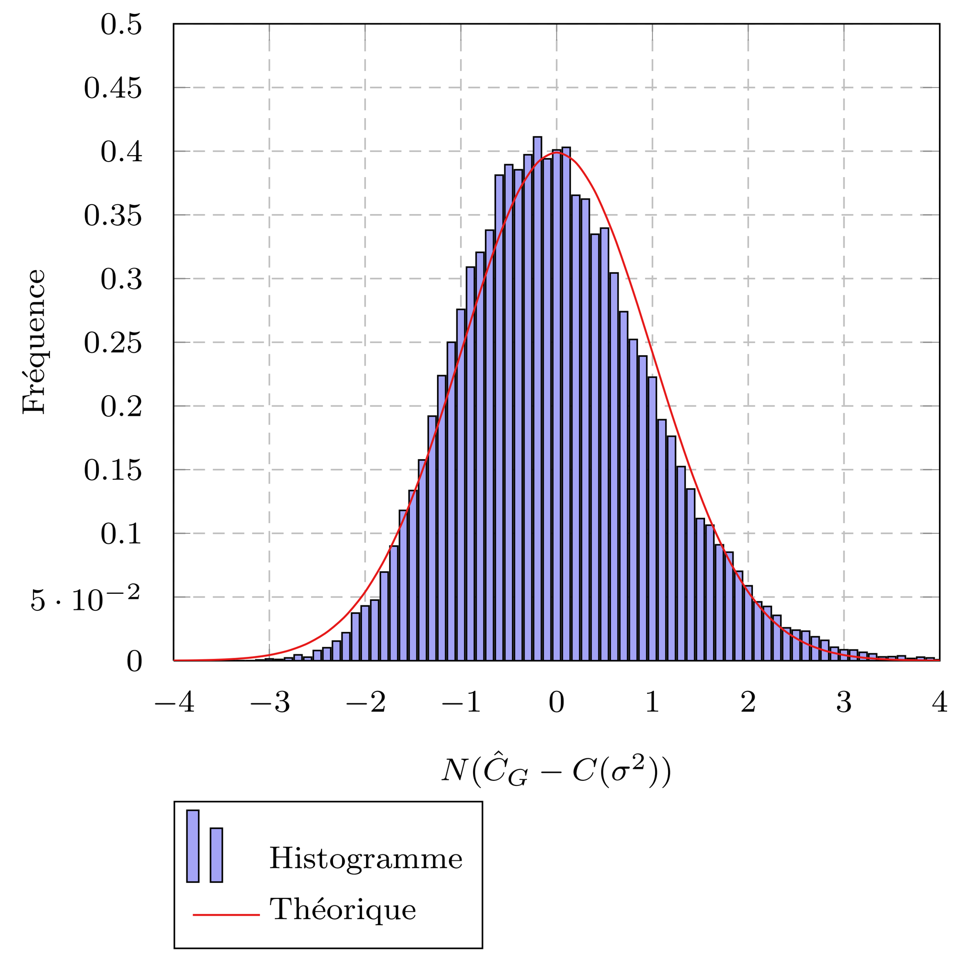
1) Variance des estimateurs

- $N = 4$
- $M = 15$
- $n_0 = 4$
- $K = 8$
- $n_k = 1$



2) Histogramme du G-estimateur

- $N = 4$
- $M = 15$
- $n_0 = 4$
- $K = 8$
- $n_k = 1$
- SNR = 10dB



Conclusion

✔ Proposer un **nouveau estimateur consistant** pour l'estimation du **débit** que peuvent atteindre les **communications secondaires** dans un réseau radio-cognitif

✔ Contrairement aux méthodes classiques, l'estimateur proposé est **consistant** dans le cas où le **nombre** d'**échantillons** est **réduit**,

✔ Les simulations montrent la **supériorité** de la **méthode proposée** par rapport aux méthodes conventionnelles.